جامعة الفرات
كلية العلوم بالحسكة
قسم: الرياضيات

نتائج امتحان مقرر (معادلات تفاضلية ٢) لطلاب السنة الثانية

الدورة الأولى - للعام الدراسي٢٠٢٣ -٢٠٢٤

التسلسل	الرقم الجامعي	الاسم الثلاثي	العلامة		النتيجة
			رقماً	كتابةً	
1	٩٣٨	انوار علي	3	ثلاث فقط .	راسب
2	١٥٧٧	علي عيسى	10	عشرة فقط .	راسب
3	٢١٢٣	ربيعة دلي	30	ثلاثون فقط .	راسب
4	٢١٣٦	راما العجاج	35	خمس وثلاثون فقط .	راسب
5	٢١٥٤	ايات العلي	45	خمس وأربعون فقط .	راسب
6	٢١٦٦	عطاء العواد	20	عشرون فقط .	راسب
7	٢١٩٥	رهف الحمدو	60	ستون فقط .	ناجح
8	٢٢٠١	الاء العوض	40	أربعون فقط .	راسب
9	٢٣٠٩	اياد مانجي	45	خمس وأربعون فقط .	راسب
10	٢٣١٥	علاء الدين الخلف	60	ستون فقط .	ناجح

عميد كلية العلوم بالحسكة
د. طلال عبد القادر قريوعي

رئيس شعبة الامتحانات
أ. يسرى العلي

أعضاء لجنة الرصد
مسجل:

Scanned by CamScanner

(ب) ... /2/ معلم تكميلي مقرر لمعادلات التفاضلية

2024 - 2023 دورة (25)

الحل السؤال الأول:

$$u = ax^2 + by^2 + ab$$

نشتقه جزئياً بالنسبة لـ x ثم بالنسبة لـ y نجد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = p = 2ax \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = q = 2by \quad (5)$$

ولحساب a و b نعوض هاتين المعادلتين والمعرفتين في المعادلة المعرفة نجد:

$$u = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{x}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{q}{y}\right)y^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{p}{x}\right)\left(\frac{1}{2}\frac{q}{y}\right) \quad (10)$$

أي:

$$pq + 2px^2y + 2qxy^2 = 4xyu$$

وهي معادلة تفاضلية جزئية من الرتبة الأولى. (5)

الحل السؤال الثاني:

$$y'' - 2xy' = 0 \qquad (25 \text{ درجة})$$

1) نلاحظ: $p(0) = 0$, $Q(0) = 0$ وبالتالي نلاحظ أن النقطة $x = 0$ هي نقطة عادية للمعادلة التفاضلية. (5)

2) نفرض الحل على الشكل:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n$$

$$\Rightarrow y' = \sum_{n=0}^{\infty} n C_n x^{n-1} \Rightarrow y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) C_n x^{n-2} \quad (5)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) C_n x^{n-2} - 2x \sum_{n=0}^{\infty} n C_n x^{n-1} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) C_n x^{n-2} - \sum_{n=0}^{\infty} 2n C_n x^n = 0$$

وهي صيغة تكافئ الصيغة نجد:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) C_{n+2} x^n - \sum_{n=0}^{\infty} 2n C_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \left[(n+2)(n+1) C_{n+2} - 2n C_n\right] x^n = 0$$

$$\Rightarrow \left[(n+2)(n+1) C_{n+2} - 2n C_n\right] = 0 \quad (10)$$

$$\Rightarrow C_{n+2} = \frac{2n C_n}{(n+2)(n+1)} \; ; \; n = 0, 1, 2, \ldots$$

حيث $C_0 \neq 0$, $C_1 \neq 0$

$C_2 = 0$ و $C_3 = \frac{C_1}{3}$ و $C_5 = \frac{C_1}{10}$ و $C_6 = 0$ و $C_7 = \frac{C_1}{14}$ (15)

$$\Rightarrow y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4 + \ldots$$

Scanned by CamScanner

(2) $= c_0 + c_1 x + 0x^2 + \frac{c_1}{3}x^3 + 0x^4 + \frac{c_1}{15}x^5 + 0\cdot x^6 + \frac{c_1}{42}x^7 + \cdots$

$= c_0 + c_1\left(x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{15}x^5 + \frac{1}{42}x^7 + \cdots\right)$ (5)

(25 درجة)

الحل للسؤال الثالث:

(5) $\frac{dx}{dt} = x + 2y$ و $\frac{dy}{dt} = -2x + 5y$

نشتق المعادلة التفاضلية الأولى بالنسبة لـ t، لتظهر مشتقات المعادلة التفاضلية بالرتبة الثانية التالية:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt} \quad (5)$$

نأخذ الآن المعادلات المتعلقة بالمتغير y و $\frac{dy}{dt}$ من المعادلة الأولى للحصول على العلاقة المعروفة المطلوب إيجاد حلها العام:

$$y = \frac{1}{2}\frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}x \quad (5)$$

ونعوض y التي نتجت عنا في المعادلة الثانية للحصول على المعادلة:

$$(5)\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\frac{9}{2}x + \frac{5}{2}\cdot\frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2x}{dt^2} - 6\frac{dx}{dt} + 9x = 0 \end{cases}$$

ونعوض $\frac{dy}{dt}$ نتيجة، والأخيرة هذه هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية، خطية ومعاملاتها ثابتة للمتغير المجهول الذي هو x والمعادل لمشتق t والمعادلة المميزة لها هي:

$$(5)\begin{cases} r^2 - 6r + 9 = (r-3)^2 = 0 \\ \Rightarrow x = c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} \quad \cdot r = 3 \text{ الجذر الأكبر المضاعف} \\ \Rightarrow y = c_1 e^{3t} + c_2\left(\frac{1}{2} + t\right)e^{3t} \quad : t \in R \end{cases}$$

وبأن $y = \frac{1}{2}\frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}x$

(25 درجة)

الحل للسؤال الرابع: إن الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية المعروفة هي:

$$\frac{dx}{y-z} = \frac{dy}{z-x} = \frac{dz}{x-y} = \frac{du}{0}$$

ونجد أن أول تكامل أولي للحل ينتج من $du = 0$ (5) أي أن $u = c_1$ (5) ونجد السبب الثاني الأول كعلاقة النسبة $\frac{dx+dy+dz}{0}$ (5) أي أن: $dx + dy + dz = 0$

ويعطينا تكامل أولي ثاني هو: $x + y + z = c_2$ (5) نجد بعد النسبة الأولى ومقارنة بالثانية بـ y والثالثة بـ z ونجد النسبة الثالثة الثانية كعلاقة:

$$x\,dx + y\,dy + z\,dz = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = c_3 \quad (5)$$

Scanned by CamScanner